CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SFERA" EDIȚIA A IX-A

BĂILEŞTI, 24 MARTIE 2012

CLASA a VIII-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1. Rezultatul calculului $\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{14-6\sqrt{5}}$ este egal cu:

a) $5-2\sqrt{5}$ b) $2\sqrt{5}-5$ c) -1 d) 0

2. Se dau numerele reale a, b,c cu proprietatea ca $a^2 + 9b^2 + 4c^2 = 4a + 6b - 12c + 11$.

Cea mai mare valoare pe care o poate avea unul dintre numerele a, b, sau c este:

a) 7 b) 1 c) 0 d) 11

3. Se considera numarul $m = \sqrt{2009 \cdot 2010 \cdot 2011 \cdot 2012 + 1}$. Atunci m este egal cu :

a) $2012 \cdot 2011 - 1$ b) $2009 \cdot 2010 + 1$ c) $2011 \cdot 2010 - 1$ d) $2012 \cdot 2009 - 1$

4. Fie functia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea ca $f(3 - x) = 2x + 6 - f(4)$, pentru orice număr real x.

Valoarea sumei $f(1) + f(2) + f(3) + \dots\dots + f(10)$ este egala cu:

a) 10 b) 11 c) -10 d) -11

Probleme propuse de prof. Ionuț Ivănescu, Craiova

5. Dacă într-un tetraedru regulat distanța dintre centrul de greutate al unei fețe şi ortocentrul altei fețe este de 2 cm, atunci înălțimea tetraedrului este de :

a) $2\sqrt{6}$ cm; b) $3\sqrt{6}$ cm ; c) $3\sqrt{3}$ cm; d) $3\sqrt{5}$ cm;

Prof. Gheorghe Burduşel, Filiaşi

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 şi 2 notează pe lucrare rezolvările complete

Problema 1 (20 puncte)

Să se determine toate tripletele (x, y, z) de numere naturale nenule, ştiind ca x este număr prim si $x^2 + y^2 - 33z^2 = 8yz$.

Prof. Ionuț Ivanescu, Gazeta Matematica nr. 10/2010

Problema 2 (20 puncte)

Se considera piramida triunghiulara regulata VABC in care O reprezintă proiecția vârfului V pe planul (ABC). Un plan oarecare intersectează muchiile VA, VB,VC in punctele M, N, respectiv P si înălțimea VO în punctul Q. Sa se arate ca $VM + VN + VP > 3 \cdot VQ$.

Prof. Gheorghe Stoica, Sfera Matematicii, Nr. 19

Timp de lucru 2 ore. Din oficiu se acordă 10 puncte.