

CONCURSUL NATIONAL DE MATEMATICĂ „SFERA” EDIȚIA A XI-A

BĂILEȘTI, 22 MARTIE 2014

CLASA a VI-a



Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect.

- Soluția ecuației $\frac{2!}{0!} + \frac{3!}{1!} + \frac{4!}{2!} + \dots + \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 168$, unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, iar $0! = 1$, este:
a) 3; b) 10; c) 7; d) 98
- Fie unghiurile în jurul unui punct AOB, BOC, COD, DOA astfel încât $m(\sphericalangle COD) = 40\% \cdot m(\sphericalangle AOB)$, $m(\sphericalangle AOB) = 5 \cdot m(\sphericalangle DOA)$, iar $m(\sphericalangle COD)$ și $m(\sphericalangle BOC)$ sunt direct proporționale cu numerele 4 și 2. Atunci măsura unghiului determinat de bisectoarele unghiurilor AOB și AOD este egală cu:
a) 60° ; b) 90° ; c) 80° ; d) 75° .
- Se dau punctele coliniare A, B, C, D în aceasta ordine. Știind că $\frac{AB}{AC} = \frac{CD}{BD} = \frac{2013}{2014}$, calculați $\frac{AD}{BC}$:
a) 2014; b) 2013; c) 3016; d) 4027.
- Se aruncă două zaruri. Care este probabilitatea ca suma punctelor aparute pe cele două zaruri să fie un număr natural pătrat perfect?
a) $\frac{7}{36}$; b) $\frac{7}{18}$; c) $\frac{5}{36}$; d) $\frac{5}{24}$.
- Numerele a și b sunt invers proporționale cu 9 și 6. Cât reprezintă $b-a$ din $b+a$?
a) 10%; b) 20%; c) 40%; d) 50%.

Probleme propuse de prof. Nicolae Ivășchescu

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete

Problema 1 (20 puncte)

- Demonstrați că (x, y, z) sunt direct proporționale cu $(2, 3, 5)$ dacă și numai dacă (x, y, z) și $(15, 10, 6)$ sunt invers proporționale.
- Generalizare.

Prof. Nicolae Ivășchescu, Craiova, G.M. 2/2014,

Problema 2 (20 puncte)

Fie triunghiul ABC și M un punct situat în interiorul lui astfel încât $\sphericalangle AMB \equiv \sphericalangle BMC \equiv \sphericalangle CMA$ și $MA' = MB' = MC'$, unde $AM \cap BC = \{A'\}$, $BM \cap AC = \{B'\}$, $CM \cap AB = \{C'\}$. Demonstrați că triunghiul ABC este echilateral.

Revista „Sfera Matematicii” nr. 8

Timp de lucru: 2 ore și 30 minute. Din oficiu se acordă: 10 puncte.

BAREM DE NOTARE ȘI CORECTARE

Clasa a VI-a

Partea I

1. c); 2.b);3. d; 4. a); 5. b)

Partea a II-a

Problema 1

a) "→"

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{x}{\frac{2}{30}} = \frac{y}{\frac{3}{30}} = \frac{z}{\frac{5}{30}} \dots\dots\dots 2p$$

$$(x, y, z) \text{ i.p. } (15, 10, 6) \dots\dots\dots 2p$$

"←"

$$\frac{x}{\frac{1}{15}} = \frac{y}{\frac{1}{10}} = \frac{z}{\frac{1}{5}} \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} \dots\dots\dots 2p$$

$$(x, y, z) \text{ d.p. } (2, 3, 5) \dots\dots\dots 2p$$

b)

Demonstrati ca (x, y, z) sunt direct proportionale cu (a, b, c) daca si numai daca (x, y, z) si (d, e, f) sunt invers proportionale, unde $ad=be=cf$3p

(x, y, z) d.p. (a,b,c) ; (x, y, z) i.p. (d, e, f)1p

$$ad=be=cf=A \dots\dots\dots 1p$$

$$a = \frac{A}{d}, b = \frac{A}{e}, c = \frac{A}{f} \dots\dots\dots 1p$$

Finalizare.....2p

Problema 2

1. $\widehat{AMB} \equiv \widehat{BMC} \equiv \widehat{CMA} = 120^\circ \dots\dots\dots 3p$

2. $\widehat{B'MC} \equiv \widehat{A'MC} = 60^\circ \dots\dots\dots 3p$

3. $\Delta A'MC \equiv \Delta B'MC \dots\dots\dots 3p$

4. $\Delta AMC \equiv \Delta BMC \dots\dots\dots 3p$

5. $AC = BC \dots\dots\dots 3p$

6. Analog $AC=AB \dots\dots\dots 3p$

7. Finalizare.....2p